PEMBUATAN MODEL SIMULASI *PENDULUM MOTION*DENGAN PEMROGRAMAN VISUAL MENGGUNAKAN PENDEKATAN *ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION* (ODE) ORDE 2 DENGAN METODE EULER

Wahyu Setyo Pambudi [1], Dedy Rusdyanto [2]
[1] Jurusan Teknik Elektro, Institut Teknologi Adhi Tama Surabaya, Surabaya 60117
email : wahyusp@itats.ac.id
[2] Jurusan Manajemen Informatika, Politeknik Negeri Sriwijaya, Palembang 30139
email : d.rusdyanto@gmail.com

ABSTRACT

Computer applications greatly assist the work of human, especially to solve the problems of a mathematical model to determine a phenomenon of physics. The reason for using the computer because often the problems is not possible analytically. One application is to resolve the pendulum motion with the approximation of Ordinary Differential Equation / ODE 2nd order using euler method. Visual program that has been created to represent the movement of the pendulum is a real but still has limitations where a step size h = 0.3 pendulum movement undamped. Changes in the length l will make changes the speed of movement pendulum motion to return to the normal position.

Keywords : *pendulum motion, ODE 2nd order, euler*

ABSTRAK

Aplikasi komputer sangat membantu pekerjaan manusia, terutama untuk menyelesaikan permasalahan model matematis guna mengetahui suatu fenomena fisika.Alasan penggunaan komputer karena seringkali permasalahan tidak bisa dilakukan secara analitis. Salah satu penerapannya adalah untuk menyelesaikan pendulum motion dengan pendekatan persamaan diferensial biasa (Ordinary Differential Equation / ODE) orde 2 menggunakan metode euler. Program visual yang telah dibuat mampu merepresentasikan pergerakan pendulum secara nyata tapi masih memiliki keterbatasan dimana pada nilai step size h = 0.3 gerakan pendulum menjadi tidak teredam. Perubahan panjang l akan membuat perubahan kecepatan gerakan pendulum motion untuk kembali ke posisi tegak lurus.

Kata Kunci : pendulum motion, ODE orde 2, euler

PENDAHULUAN

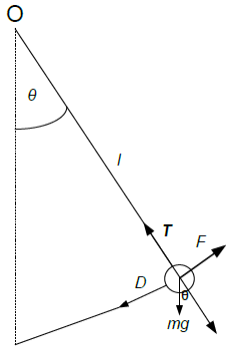
Penggunaan komputer sangat membantu pekerjaan manusia, terutama untuk menyelesaikan permasalahan pemodelan matematis sebagai bentuk tahapan pekerjaan awal dari realisasi suatu sistem. Pemodelan matematis ini diwujudkan dalam bentuk simulasi yang mempertimbangkan aspek hukum-hukum fisika sehingga hasilnya akan mendekati aslinya [1][2][3][4].Guna mengetahui suatu fenomena atau masalah fisikadapat dilakukan dengan cara mengembangkan model matematis dan kemudian diselesaikan dengan menggunakan pendekatan persamaan. Alasan penggunaan ini karena seringkali permasalahan tidak bisa dilakukan secara analitis atau eksak, sehingga salah satu solusinya dengan menggunakan program komputer [5][6][7]. Salah satu yang bisa diterapkan adalah untuk menyelesaikan rangkaian LC (induktansi kapasitansi) maupun RLC (resistansi induktansi kapasitansi) yang merupakan bagian dari bidang fisika, yang diselesaikan dengan pendekatan persamaan diferensial biasa (*Ordinary Differential Equation / ODE*). ODE orde 2 untuk rangkaian rangkaian LC dan RLC dapat diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode Euler [5][6]. Perhitungan ODE untuk rangkaian ini dilakukan dengan menggunakan program fortran dan spreadsheet Ms. Excel, sehingga tampilannya hanya berupa tabel hasil perhitungan dan grafik. Simulasi seperti yang telah dilakukan dapat memperlihatkan osilasi teredam yang merupakan pengaruh dari perubahan nilai resistor [5].Penyelesaian ODE orde 2 dengan metode euler untuk permasalahan rangkaian LC dan RLC

hasilnya berupa arus (i) dan muatan (Q) berdasarkan waktu (t), sehingga apabila simulasi ini ingin dibuktikan memerlukan alat ukur *oscilloscope* untuk benar-benar melihat responnya. Berbeda apabila yang diselesaikan adalah permasalahan tentang gerak, dimana jika ingin dibuktikan secara langsung maka akan terlihat tanpa memerlukan banyak peralatan. Salah satu permasalahan yang bisa diselesaikan dengan ODE orde 2 menggunakan metode euler adalah *pendulum motion*. Simulasi untuk gerak *pendulum motion*ini perlu direalisasikan sebagai media pembelajaran mandiri untuk materi persamaan diferensial ODE orde 2 dengan menggunakan metode euler pada mata kuliah komputasi numerik. Selain torsi (τ) dapat juga ditampilkan posisi bandul pendulum dalam dalam bidang 2 dimensi, sehingga dapat membantu menganalisa pengaruh perubahan parameter yang ada didalam persamaan kinematik pendulum. Berdasarkan hal tersebut diatas maka perlu dibuat program simulasi pendulum motion dengan pendekatan persamaan diferensial ODE orde 2 dengan menggunakan metode euler pada pemrograman visual. Manfaat yang didapatkan apabila simulasi ini bisa diselesaikan yaitu bisa digunakan untuk belajar tentang konsep fisika untuk maateri gerak pendulum, pemrograman visual dan komputasi numerik. Berdasarkan hal tersebut maka pada penelitian kali ini akan dirancang dan dibuat program untuk simulasi penyelesaian persamaan ODE orde 2 dengan metode euler untuk gerak pendulum dengan menggunakan pemrograman visual. Membuat animasi gerak pendulum berdasarkan penyelesaian persamaan ODE orde 2 dengan metode euler dengan menggunakan pemrograman visual.

TINJAUAN PUSTAKA

Hubungan antara pemrograman dengan bidang ilmu fisika serta modeling matematis sangat erat. Pambudi W. S., et al (2011) dalam penelitian yang berjudul " Pengembangan Sistem Penghindar Halangan Dinamis Menggunakan Metode ANFIS Pada *Three Wheels Omni-Directional Mobile Robot*", menghasilkan kesimpulan bahwa hanya dengan simulasi serta penerapan modeling matematis kinematic *three wheels omni-directional* parameter jarak, kecepatan dan posisi memiliki pengaruh terhadap pergerakan robot. Sairul E., et al (2013) dalam penelitiannya yang berjudul " Aplikasi Kinematik pada Simulasi Pergerakan Robot Arm Manipulator 3 DOF (*Degree of Freedom*) " menjelaskan tentang keterkaitan antara *invers kinematic* dengan pergerakan robot *arm manipulator* 3 DOF yang dijalankan dengan program simulasi. Pambudi W. S., et al (2014) dalam penelitian yang berjudul Implementasi Fuzzy-PD untuk Menentukan Posisi Obyek pada Model Simulasi Robot *Arm Manipulator* 3 DOF (*Degree of Freedom*)dalam Bidang 2 Dimensi. Penelitian ini menggabungkan *invers* dan *forward kinematic* serta *dynamic* dalam menggerakan robot *arm manipulator* pada model simulasi dengan program komputer.Didapatkan hasil bahwa dengan program simulasi, pada saat ada perubahan massa*link 1* dan *link 2* akan mempengaruhi hasil percepatan sudut $\ddot{\theta}_1$ dan $\ddot{\theta}_2$. Hal ini karena adanya persamaan *dynamic* yang digunakan dalam program simulasi robot *arm manipulator*. Setelah didapatkan hasil percepatan sudut $\ddot{\theta}_1$ dan $\ddot{\theta}_2$ untuk digambarkan dalam bidang 2 dimensi diperlukan persamaan *forward kinematic*, dimana semua konsep yang digunakan tidak terlepas dengan bidang sains fisika yang dapat dikerjakan pada program komputer.Maiyena S, (2011) dalam penelitiannya tentang, " *Penggunaan Metode Euler Pada Persamaan Diferensial Orde Dua Pada Rangkaian Listrik Seri LC* ", menyatakan bahwa metode euler dapat dijadikan sebagai penyelesaian persamaan ODE orde 2 secara komputasi, yang memiliki kesulitan pada saat dilakukan secara analitik. Nilai ukuran langkah (h) akan mempengaruhi hasil perhitungan komputasi, jika nilai (h) ini lebih kecil maka hasil akan lebih baik dibandingkan dengan ukuran langkah (h) yang lebih besar [6].Ain T Nurul., et. al (2015)dalam penelitian tentang , " *Penyelesaian Persamaan Differensial Orde Dua dengan Metode Euler pada Rangkaian RLC* " dihasilkan bahwa ODE orde 2 pada sistem rangkaian RLC dapat didekati secara numerik dengan menggunakan metode Euler. Perubahan nilai dari komponen R memiliki pengaruh terhadap redaman muatan Q terhadap waktu t. Hasil plot nilai Q antara numerik dan hasil analitik hampir sama [5]. Sebagai bentuk implementasi dari ODE orde 2 dapat juga digunakan membuat simulasi gerak pendulum sederhana nonlinier teredam dan terkendali dengan perangkat lunak Mathematica versi 6.Hasil perhitungan numerik diplot berupa grafik lintasan, serta animasi dari sistem pendulum dan hasil-hasil yang lainnya. Gerak pendulum merupakan salah satu gerak osilasi yang dapat ditemukan pada bidang fisika,

dimana pendulum terdiri dari sebuah massa benda (m) yang terikat pada tali sepanjang (l) dan dapat berayun bebas dalam bidang vertikal pada sumbu O sebagai respon terhadap gaya gravitasi (g) [8].



Gambar 1. Pendulum Persamaan Pendulum [8]

Pendulum sederhana adalah sistem gerak fisik paling familiar yang dapat menunjukkan gerak harmonik sederhana. Gerak pendulum secara nyata dipengaruhi oleh gaya gravitasi serta gesekan terhadap udara, sehingga akan memberikan redaman setiap geraknya. Persamaan pendulum sederhana teredammerupakan persamaan diferensial orde dua, adalah :

$$\frac{d^2\theta}{dt} + \frac{b}{m}\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l}sin\theta = \frac{F(t)}{ml} \quad \text{..... (1)}$$

untuk F(t) = 0, maka :

$$\frac{d^2\theta}{dt} + \frac{b}{m}\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l}sin\theta = 0 \quad \text{..... (2)}$$

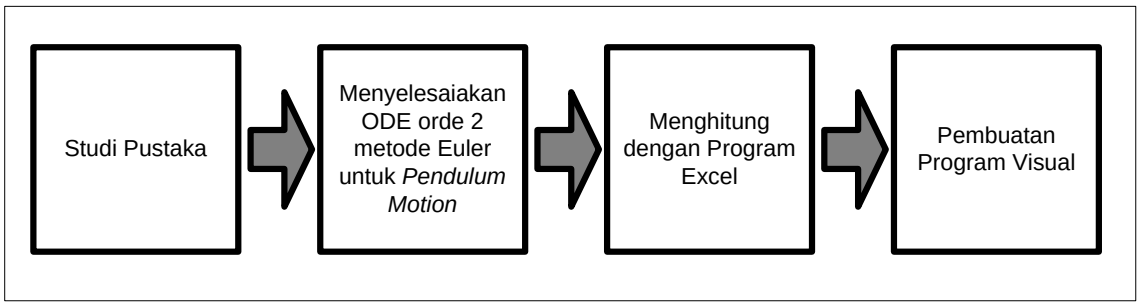
dimana :
$g = percepatan\ gravitasi\ (10\ m/sec^2)$
$l = panjang\ tali\ dalam\ (m)$
$b = redaman\ akibat\ gesekan$
$m = massa\ (gram)$
$\theta = Sudut\ (derajat)$
$\frac{d\theta}{dt} = Kecepatan\ Sudut\ (derajat/sec)$
$\frac{d^2\theta}{dt} = Percepatan\ Sudut\ (derajat/sec^2)$

Persamaan 2 merupakan persamaan diferensial (PD) yang menggambarkan gerak pendulum sederhana teredam, dimana suatu persamaan disebut PD apabila mempunyai bentuk diferensial, misalnya $\frac{dy}{dt}$atau $\frac{dy}{dx}$ pada bentuk diferensial $\frac{dy}{dx}$, *x* adalah variable bebas dan *y* adalah variable tak bebas [7]. Persamaan 2 diatas mengandung satu variable bebas *t* dan mengandung turunan kedua yaitu $\frac{d^2\theta}{dt}$, oleh sebab itu maka persamaan 2 untuk gerak pendulum tersebut dapat dikategorikan persamaan diferensial biasa (*Ordinary Differential Equation / ODE*) orde 2.Penyelesaian ODE orde 2 ini memiliki kesulitan pada saat dilakukan penyelesaian secara secara analitik, solusinya adalah dengan menggunakan pendekatan numerik [6].Salah satu solusi pendekatan numeric untuk penyelesaian ODE ini dengan menggunakan Metode Euler.Metode Euler merupakan penurunan dari deret Taylor, dimana deret Taylor adalah sebagai bentuk perbaikan nilai untuk nilai fungsi secara keseluruhan pada penyelesaian PD.

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \quad \text{.....} \quad (3)$$

Dengan menggunakan pendekatan nilai awal (x_0, y_0) maka nilai-nilai y berikutnya dapat diperoleh dengan persamaan 3, dimana h merupakan step size yang digunakan untuk menyelesaikan fungsi dari PD.

METODE



Gambar 2. Proses Pembuatan Program Visual untuk Pembuatan Simulasi Pendulum *Motion*

Berdasarkan gambar 2, proses pembuatan program visual untuk pembuatan simulasi pendulum *motion* ada beberapa tahapan.Tahap pertama adalah studi pustaka dimana hal ini untuk mencari sumber-sumber referensi yang relevan. Sedangkan untuk tahapan kedua adalah mencari pendekatan penyelesaian PD ODE orde 2 dengan menggunakan metode euler untuk persamaan 2, maka perlu dilakukan penyesuaian. Jika $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = y$ dan $\frac{d^2\theta}{dt} = \ddot{\theta} = y'$ maka persamaannya akan menjadi, seperti persamaan 4-5.

$$y' + \frac{b}{m}y + \frac{g}{l}sin\theta = 0 \quad \text{.....} \quad (4)$$

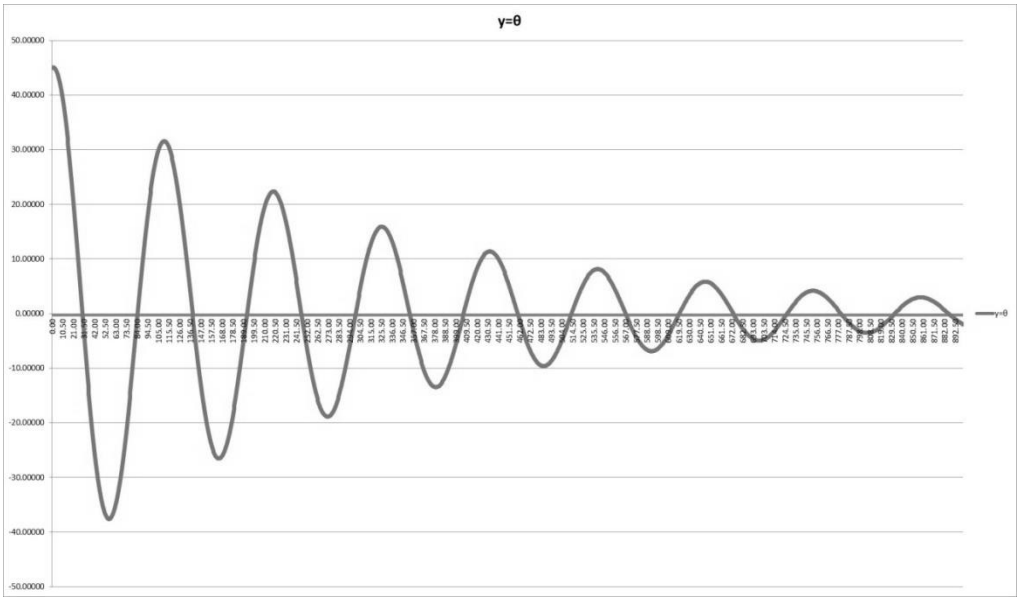
$$y' = -\frac{b}{m}y - \frac{g}{l}sin\,\theta \quad \text{.....} \quad (5)$$

Tahapan berikutnya adalah menghitung dengan menggunakan program excel untuk memastikan hasil pendekatan penyelesaian PD untuk pendulum *motion* tersebut. Untuk menyelesaikan dengan excel semua parameter harus diisi dengan nilai, jika $b = 8\,; m = 100gram; g = 10\frac{m}{sec^2}; l = 0.5\,m\,; h = 0.05$ dan $\theta = 45°$ maka hasilnya seperti pada tabel 1. Apabila di-plot dalam bentuk grafik atau *chart* maka hasilnya seperti pada gambar 2. Setelah didipastikan hasilnya dengan bantuan program excel maka dapat dibuat program visualnya, sebelum membuat program perlu dibuat *flowchart* terlebih dahulu seperti pada gambar 3.Berdasarkan gambar 3 program visualnya dapat dibuat, hasil tampilan dari program ini seperti pada gambar 4.

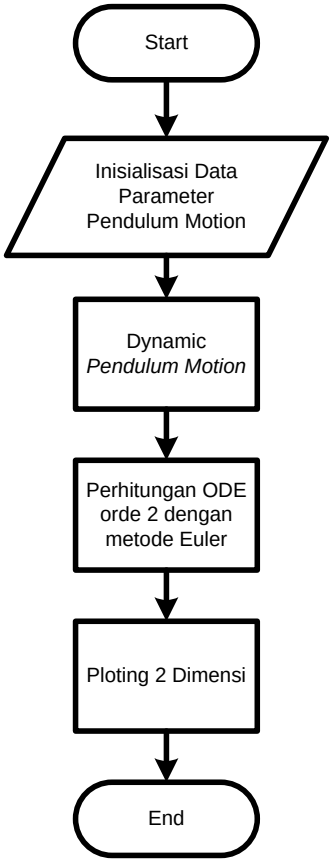
Tabel 1. Hasil Perhitungan Pendekatan PD untuk Pendulum *Motion*

n	t	y =θ	y'=z
0	0.00	45.00000	1.0000
1	0.05	45.05000	0.2889
2	0.10	45.06444	-0.4200
3	0.15	45.04345	-1.1262
4	0.20	44.98713	-1.8293
5	0.25	44.89567	-2.5290
6	0.30	44.76922	-3.2247

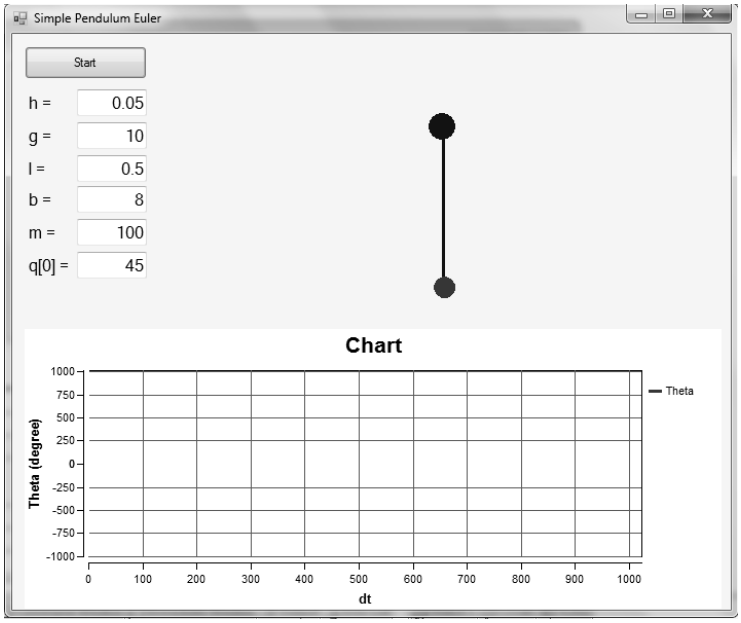
7	0.35	44.60798	-3.9160
8	0.40	44.41218	-4.6026
9	0.45	44.18205	-5.2840
10	0.50	43.91785	-5.9598
11	0.55	43.61986	-6.6296
12	0.60	43.28838	-7.2930
13	0.65	42.92373	-7.9495
14	0.70	42.52626	-8.5987
15	0.75	42.09632	-9.2402



Gambar 3. Grafik Hasil Perhitungan Pendekatan PD untuk Pendulum *Motion*



Gambar 4. *Flowchart* Program Visual untuk Pendulum *Motion*



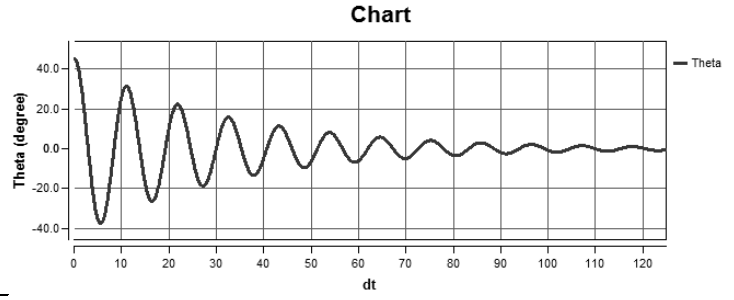
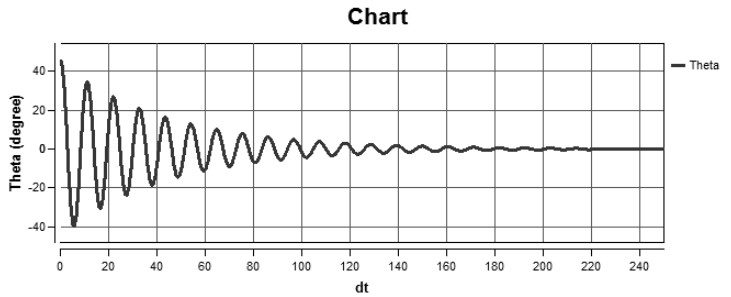
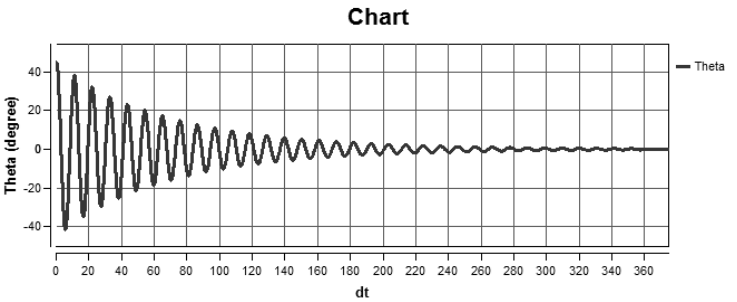
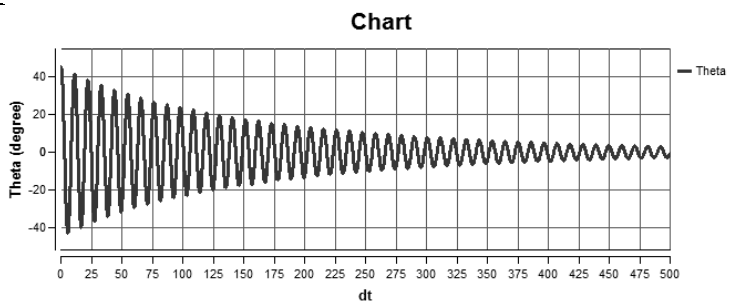
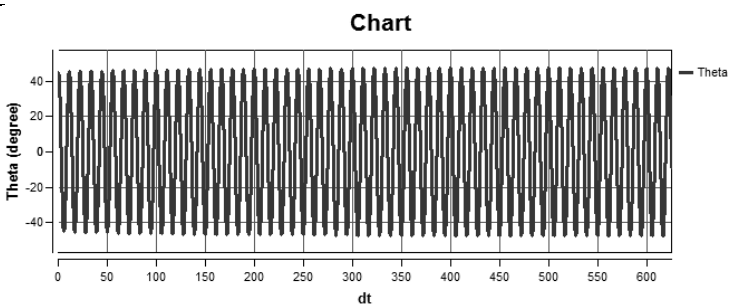
Gambar 5. Tampilan Program Visual untuk Pendulum *Motion*

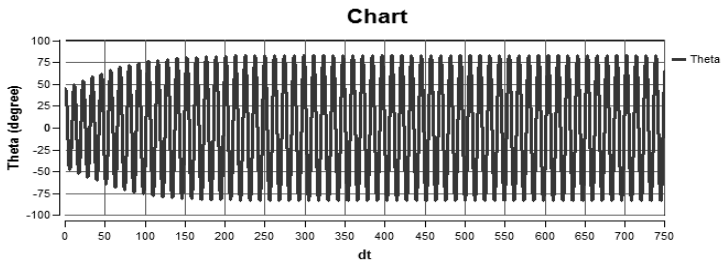
HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah dibuat progam visual untuk simulasi pendulum *motion*dengan nilai h yang berubah-ubah maka hasilnya seperti pada tabel 2, dimana untuk $b = 8\,; m = 100 gram; g = 10\frac{m}{sec^2}; l =$

$0.5\,m$ dan $\theta = 45°$. Berdasarkan hasil pengujian program simulasi untuk pendulum *motion* dengan menggunakan pemrograman visual hasilnya sperti pada tabel 2-3 dibawah ini.

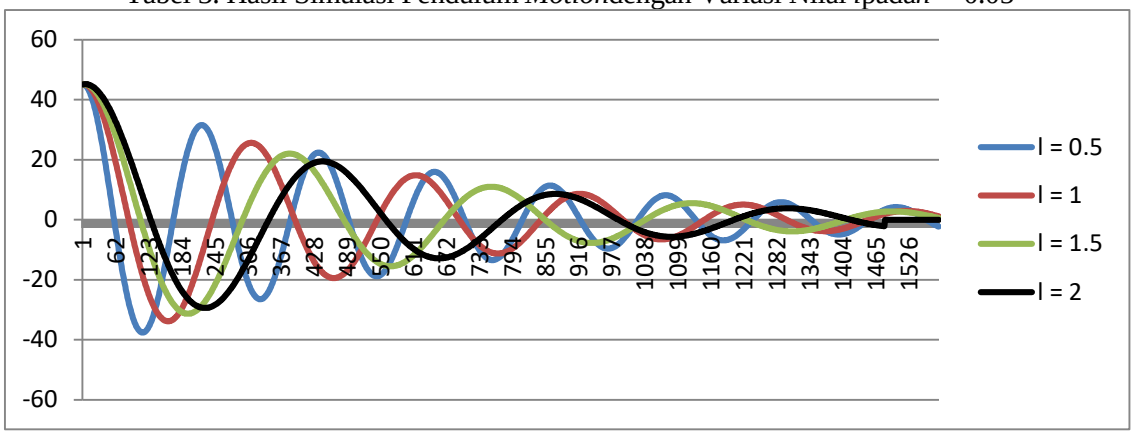
Tabel 2. Hasil Simulasi Pendulum *Motion*dengan Variasi Nilai *h*

No	h	Grafik sudut	Keterangan
1	0.05		Osilasi teredam
2	0.10		Osilasi teredam
3	0.15		Osilasi teredam
4	0.20		Osilasi teredam
5	0.25		Osilasi tidak teredam

6	0.30		Osilasi tidak teredam

Dengan melihat tabel 2 diatas bahwa perubahan nilai *step size h* akan mempengaruhi respon sudut / *theta*gerakan pendulum *motion*, makin besar nilai *h* makin rapat frekwensi gerakan pendulum *motion*. Pada saat nilai *h* = 0.30 menghasilkan respon osilasi yang tidak teredam.

Tabel 3. Hasil Simulasi Pendulum *Motion*dengan Variasi Nilai *l*pada*h* = 0.05



Berdasarkan tabel 3 diatas, dengan memberikan variasi nilai *l* / panjang tali pendulum dan nilai *step size* yang tetap, maka hasilnya semakin panjang *l* mengakibatkanfrekwensi gerakan pendulum *motion* akan semakin kecil. Panjang *l* akan mempengaruhi kecepatan pendulum ini untuk kembali ke posisi normal atau tegak lurus.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembuatan program serta pengujian secara simulasi untuk membuat pendulum *motion* dengan menggunakan metode euler untuk persamaan ODE orde 2, dapat disimpulkan bahwa program yang dihasilkan bisa merepresentasikan pergerakan pendulum secara alami, natural atau nyata. Proses yang dilakukan untuk membuat gerakan pendulum secara nyata ini adalah menyelesaikan persamaan pendulum teredam PD ODE orde 2 menggunakan metode euler. Meskipun dapat membuat pergerakan secara nyata tapi masih memiliki keterbatasan dimana pada saat nilai *step sizeh* = 0.3 gerakan pendulum menjadi tidak teredam. Perubahan panjang *l* akan membuat perubahan kecepatan gerakan pendulum *motion* untuk kembali ke posisi tegak lurus.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Effendi .S, Pambudi W.S., Minarni Y., (2013) "*Aplikasi Kinematik pada Simulasi Pergerakan Robot Arm Manipulator 3 DOF (Degree of Freedom)*", Jurnal Manajemen Informatika Vol. VI No.2, Politeknik Negeri Sriwijaya Palembang, pp.34-38.

[2] Pambudi W. S., Purwanto D., Sardjono T.A., (2011), "*Pengembangan Sistem Penghindar Halangan Dinamis Menggunakan Metode Anfis pada Simulasi Three Wheels Omni-Directional Mobile Robot*", Prosiding Seminar Nasional Sistem dan Teknologi Informasi (SNASTI 2011), Surabaya, pp. ICCS 1-9.

[3] Kaur J., Banga V. K, (2012) "*Simulation of Robotic Arm having three link Manipulator*",International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET) Vol. 1 No. 2 March, 2012 ISSN: 2277-4378, pp.105-108.

[4] Pambudi W. S., Sumanang. N. M. A., (2014), "*Implementasi Fuzzy-PD untuk Menentukan Posisi Obyek pada Model Simulasi Robot Arm Manipulator 3 DOF (Degree of Freedom) dalam Bidang 2 Dimensi*", Jurnal Mikrotek, Universitas Trunojoyo Madura, Vol. xx, No. xx, ISSN : 2338-9460.

[5] Ain T Nurul, Neny Kurniasih, (2015), "*Penyelesaian Persamaan Differensial Orde Dua dengan Metode Euler pada Rangkaian RLC*"Prosiding Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains 2015 (SNIPS 2015) 8-9 Juni 2015, Bandung, Indonesia, pp.565-568, ISBN: 978-602-19655-8-0

[6] Maiyena S, (2011), "*Penggunaan Metode Euler Pada Persamaan Diferensial Orde Dua Pada Rangkaian Listrik Seri LC*", Jurnal Sainstek Vol.III No.2:176-181, ISBN : 2085-8019, Desember 2011

[7] Sasongko, S.B. *Metode Numerik dengan Scilad*. Yogyakarta: Andi Offset; 2010.

[8] Rahayu S U, (2010), " *Analisis Kualitatif Gejala Chaos Pada Gerak Pendulum Sederhana Nonlinier Teredam Dan Terkendali* ", Skripsi, Departemen Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sumatera Utara
Medan.

- Halaman ini sengaja dikosongkan -